

Задача 1. В коллекции Алика есть два типа предметов: значки и браслеты. Значков больше, чем браслетов. Алик заметил, что если он увеличит количество браслетов в некоторое (не обязательно целое) число раз, не изменив количества значков, то в его коллекции будет 100 предметов. А если, наоборот, он увеличит в это же число раз первоначальное количество значков, оставив прежним количество браслетов, то у него будет 101 предмет. Сколько значков и сколько браслетов могло быть в коллекции Алика?

Задача 2. В декартовой системе координат (с одинаковым масштабом по осям x и y) нарисовали график показательной функции $y = 3^x$. Затем ось y и все отметки на оси x стёрли. Остались лишь график функции и ось x без масштаба и отметки 0. Каким образом с помощью циркуля и линейки можно восстановить ось y ?

Задача 3. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса AL . На продолжении отрезка LA за точку A выбрана точка K так, что $AK = AL$. Описанные окружности треугольников BLK и CLK пересекают отрезки AC и AB в точках P и Q соответственно. Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.

Задача 4. Звездолёт находится в полупространстве на расстоянии a от его границы. Экипаж знает об этом, но не представляет, в каком направлении двигаться, чтобы достигнуть граничной плоскости. Звездолёт может лететь в пространстве по любой траектории, измеряя длину пройденного пути, и имеет датчик, подающий сигнал, когда граница достигнута. Может ли звездолёт гарантированно достигнуть границы, преодолев путь длиной не более $14a$?

Задача 5. Дан многочлен степени 2022 с целыми коэффициентами и со старшим коэффициентом 1. Какое наибольшее число корней он может иметь на интервале $(0; 1)$?

Задача 6. Султан собрал 300 придворных мудрецов и предложил им испытание. Имеются колпаки 25 различных цветов, заранее известных мудрецам. Султан сообщил, что на каждого из мудрецов наденут один из этих колпаков, причём если для каждого цвета написать количество надетых колпаков, то все числа будут различны. Каждый мудрец будет видеть колпаки остальных мудрецов, а свой колпак нет. Затем все мудрецы одновременно огласят предполагаемый цвет своего колпака. Могут ли мудрецы заранее договориться действовать так, чтобы гарантированно хотя бы 150 из них назвали цвет верно?

XIX устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов состоится 10 апреля.
Подробности — на странице olympiads.mcsme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о втором дне и о закрытии
LXXXV Московской математической олимпиады —
на сайте mcsme.ru/mmo/